

15
71-75

水力不平衡力引起的发电电动机和 水泵水轮机的振动分析

史美钢

姜仲卫 TM320.142

摘要

水力不平衡力引起的水泵水轮机和发电电动机轴系的横向振动是造成机组不稳定的重要因素。因此，对此进行专题研究是十分必要的。本文在综合国内外有关专家的著作后，推荐一套颇具成效的分析方法，其基本原理是，预先假定一个水泵水轮机转轮的不平衡力，再分析轴的暂态振动特性。在某电站的真机上通过模拟振动测试，对其振动特性进行测量。

关键词

暂态振动 发电电动机 水泵水轮机 测量

概述

一般情况下，在研究发电电动机和水泵水轮机的横向振动时，主要分析其残余不平衡重量引起的第一阶临界转速时的振动。实际上，在研究机组运行时的轴振动时，对水力不平衡力引起的振动也必须加以研究。研究的方法是假定一个不规则扰动力（横向力或弯矩），求轴的暂态振动，通过振幅和振型，检验轴振动特性和水力不平衡力之间的关系。

分析方法

发电电动机和水泵水轮机的轴是一个断面形状沿长度方向逐步改变的复杂的多质量系统，其质量随断面形状而变化。把轴在轴承和断面变化处沿长度方向分成若干段时，每段均可看成类似的梁，对其中每段梁的振动，均可用下述方程予以描述

$$EI_i \frac{\partial^4}{\partial x^4} Y_{(x,t)} + m_i \frac{\partial^2}{\partial t^2} Y_{(x,t)} = 0 \quad (1)$$

$$0 \leq x \leq l_i$$

式中 i ——段数 ($i = 1 \sim n$)

E ——材料的弹性模量， kg/cm^2

I ——断面的惯性矩， cm^4

m ——单位长度轴的质量，

$\text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{cm} / \text{cm}$

Y ——轴的振动， cm

x ——每段端部长度方向的坐标， cm

t ——时间， s

l ——段的长度， cm

这种线性振动方程，有如下解：

$$Y_{x,t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{P}_{(i,\omega)} \cdot G_{(i,\omega)} \cdot e^{j\omega t} \cdot d\omega \quad t \geq 0 \quad (2)$$

式中 P ——假定的转轮傅立叶变换扰动力， $\text{kg} \cdot \text{s}$

G ——假定的转轮单位正弦波形力时的稳态振动，即轴的频率特性， cm/kg

ω ——正弦波力的振动角速度， rad/s

j ——单位虚数

用式(2)寻求暂态振动意味着寻求轴的频率特性，若用 $\dot{y}_{(x)}$ 表示稳态振动，而让 $Y_{(x,t)} = \dot{y}_{(x)} \cdot e^{j\omega t}$ ，再代入式(1)，则得

$$EI_i \dot{y}_{(x,i)}'''' - m_i \omega^2 \dot{y}_{(x,i)} = 0 \quad (3)$$

式中 $'$ ——表示对 x 取偏微分

由式(3)得

$$\dot{y}_{(x,i)} = S_{(x,i)} \dot{y}_{(0,i)} + T_{(x,i)} \dot{y}_{(0)}' / K_i^{-1} + U_{(x,i)} \dot{y}_{(0,i)}'' / K_i^{-2}$$

$$+ V_{(x, i)} \dot{y}_{(0)} i''' K_i^{-3} \quad (4)$$

(点 () 表示复数)

式中

$$\begin{Bmatrix} S_{(x)} \\ T_{(x)} \\ U_{(x)} \\ V_{(x)} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \cosh(Kx) + \cos(Kx) \\ \sinh(Kx) + \sin(Kx) \\ \cosh(Kx) - \cos(Kx) \\ \sinh(Kx) - \sin(Kx) \end{Bmatrix}_i \quad (5)$$

$$K_i^4 = \frac{m_i}{EI_i} \omega^2 \quad (6)$$

由于导轴承和推力轴承油膜的粘性阻尼作用，其动刚度用复数表示，这样，把它们作为边界条件来求解的振动值也变成复数形式。对于 1~12 号梁，可以得到式 (4)，同时四阶积分常数 $\dot{y}_{(0)}$ ， $\dot{y}_{(0)}'$ ， $\dot{y}_{(0)}''$ ， $\dot{y}_{(0)}'''$ 也可以用如下方法求得。为了使用逐次求解方法，进一步设置如下符号：

$$\begin{Bmatrix} S \\ T \\ U \\ V \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} S_{(1)} \\ T_{(1)} \\ U_{(1)} \\ V_{(1)} \end{Bmatrix}_i \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \\ \dot{C} \\ \dot{D} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \dot{y}_{(0)} \\ \dot{y}_{(0)}' K^{-1} \\ \dot{y}_{(0)}'' K^{-2} \\ \dot{y}_{(0)}''' K^{-3} \end{Bmatrix}_i \quad (8)$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{B}_1 \\ \dot{C}_1 \\ \dot{D}_1 \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \dot{y}_{(1)} \\ \dot{y}_{(1)}' K^{-1} \\ \dot{y}_{(1)}'' K^{-2} \\ \dot{y}_{(1)}''' K^{-3} \end{Bmatrix}_i \quad (9)$$

由式 (4)、(7)、(8) 和 (9) 得

$$\begin{Bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{B}_1 \\ \dot{C}_1 \\ \dot{D}_1 \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} STUV \\ VSTU \\ UVST \\ TUVS \end{Bmatrix}_i \cdot \begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \\ \dot{C} \\ \dot{D} \end{Bmatrix}_i \quad (10)$$

由位移、斜率、弯矩和剪力在段的边界处

协调条件，得出下列各式：

$$\begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \cdot K \end{Bmatrix}_{i-1} = \begin{Bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{B}_1 \cdot K \end{Bmatrix}_i \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} -E \cdot I \cdot \dot{C} \cdot K^2 \\ -E \cdot I \cdot \dot{D} \cdot K^3 \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} -E \cdot I \cdot \dot{C} \cdot K^2 \\ -E \cdot I \cdot \dot{D}_1 \cdot K^3 \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} \dot{M} \\ \dot{Q} \end{Bmatrix}_{i+1} \quad (12)$$

式中 \dot{M}_i 和 \dot{Q}_i 表示在第 i 段， $x=0$ 点处的外加弯矩和剪力。它们可以分成三部分：一部分与轴的斜率成比例，如推力轴承的反作用；一部分与轴的振动成比例，如作用在质量上的惯性力。导轴承的反作用或作用在发电电动机转子上的不平衡磁拉力；另一部分只与激振力成比例，而不与轴的振动和斜率成比例。在以下公式中，用 \dot{M}_B 和 \dot{Q}_B 表示第一部分， \dot{M}_A 和 \dot{Q}_A 表示第二部分， \dot{M}_C 和 \dot{Q}_C 为最后部分：

$$\begin{Bmatrix} \dot{M} \\ \dot{Q} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \dot{M}_A & \dot{M}_B \\ \dot{Q}_A & \dot{Q}_B \end{Bmatrix}_i \cdot \begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} \dot{M}_C \\ \dot{Q}_C \end{Bmatrix}_i \quad (13)$$

因有式 (10)、(11) 和 (12) 为基础，与 $i+1$ 断面有关的值用与 i 断面有关的值来表示，它们可分成与 \dot{A}_1 、 \dot{B}_1 成比例及仅与激振力成比例的两部分。

$$\begin{Bmatrix} \dot{A} \\ \dot{B} \\ \dot{C} \\ \dot{D} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \dot{A}\dot{A} & \dot{A}\dot{B} \\ \dot{B}\dot{A} & \dot{B}\dot{B} \\ \dot{C}\dot{A} & \dot{C}\dot{B} \\ \dot{D}\dot{A} & \dot{D}\dot{B} \end{Bmatrix}_i \cdot \begin{Bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{B}_1 \end{Bmatrix}_i + \begin{Bmatrix} \dot{A}\dot{C} \\ \dot{B}\dot{C} \\ \dot{C}\dot{C} \\ \dot{D}\dot{C} \end{Bmatrix}_i \quad (14)$$

由式 (13) 和 (14) 得

$$\begin{Bmatrix} \dot{M} \\ \dot{Q} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \dot{M}_A \cdot \dot{A}\dot{A} + \dot{M}_B \cdot \dot{B}\dot{A} \\ \dot{Q}_A \cdot \dot{A}\dot{A} + \dot{Q}_B \cdot \dot{B}\dot{A} \\ \dot{M}_A \cdot \dot{A}\dot{B} + \dot{M}_B \cdot \dot{B}\dot{B} \\ \dot{Q}_A \cdot \dot{A}\dot{B} + \dot{Q}_B \cdot \dot{B}\dot{B} \end{Bmatrix}_i$$

$$\begin{pmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{B}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} MA \cdot AC + MB \cdot BC + MC \\ QA \cdot AC + QB \cdot BC + QC \end{pmatrix} \quad (15)$$

式(14)等号右边的每一矩阵元素给定如下, 并将式(14)与式(10)比较:

$$\dot{\Delta}_i = \begin{pmatrix} AA & BA & CA & DA \\ AB & BB & CB & DB \\ AC & BC & CC & DC \end{pmatrix} \quad (16)$$

则

$$\begin{pmatrix} AA \\ AB \\ AC \end{pmatrix}_{i+1} = \dot{\Delta}_i \begin{pmatrix} S \\ T \\ U \\ V \end{pmatrix}_i \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} BA \\ BB \\ BC \end{pmatrix}_{i+1} = \left(\frac{K_i}{K_{i+1}} \right) \cdot \dot{\Delta}_i \begin{pmatrix} V \\ S \\ T \\ U \end{pmatrix}_i \quad (18)$$

$$\begin{pmatrix} CA \\ CB \\ CC \end{pmatrix}_{i+1} = \left(\frac{K_i}{K_{i+1}} \right)^2 \cdot \left(\frac{I_i}{I_{i+1}} \right) \cdot \dot{\Delta}_i$$

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ S \\ T \end{pmatrix}_i = \left(\frac{1}{E \cdot I_{i+1} \cdot K_{i+1}^3} \right)$$

$$\begin{pmatrix} MA \cdot AA + MB \cdot BA \\ MA \cdot AB + MB \cdot BB \\ MA \cdot AC + MB \cdot BC + MC \end{pmatrix}_{i+1} \quad (19)$$

$$\begin{pmatrix} DA \\ DB \\ DC \end{pmatrix}_{i+1} = \left(\frac{K_i}{K_{i+1}} \right)^3 \cdot \left(\frac{I_i}{I_{i+1}} \right)$$

$$\dot{\Delta}_i \begin{pmatrix} T \\ U \\ V \\ S \end{pmatrix}_i = \left(\frac{1}{EI_{i+1} \cdot K_{i+1}^3} \right)$$

$$\begin{pmatrix} QA \cdot AA + QB \cdot BA \\ QA \cdot AB + QB \cdot BB \\ QA \cdot AC + QB \cdot BC + QC \end{pmatrix}_{i+1} \quad (20)$$

考虑到这些值与轴端有关, 可以很快从式(14)推导出下式:

$$\begin{pmatrix} AA & AB & AC \\ BA & BB & BC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

在作用到1段面的 $x=0$ 点上的外加 M_1 和 Q_1 各等于弯矩 $(-)\ E \cdot I_1 \cdot \dot{y}''_{(0,1)}$ 和剪力 $(-)\ E \cdot I_1 \cdot \dot{y}'''_{(0,1)}$ 的条件下得:

$$\begin{pmatrix} CA \\ CB \\ CC \end{pmatrix}_1 = \frac{-1}{E \cdot I_1 \cdot K_1^2} \begin{pmatrix} MA \\ MB \\ MC \end{pmatrix}_1 \quad (22)$$

$$\begin{pmatrix} DA \\ DB \\ DC \end{pmatrix}_1 = \frac{-1}{E \cdot I_1 \cdot K_1^3} \begin{pmatrix} QA \\ QB \\ QC \end{pmatrix}_1 \quad (23)$$

若 $K_{n+1} = K_n, I_{n+1} = I_n$, 由于第 n 段上的点 $x = l_n$ 处于轴端处未知量 \dot{A} 和 \dot{B} 可以表示如下, 作用在该点的值 M_{n+1} 和作为轴内力的弯矩 $(-)\ E \cdot I_n \cdot \dot{y}''_{(l_n, n)}$ 以及 Q_{n+1} 值和剪切力 $(-)\ E \cdot I \cdot \dot{y}'''_{(l_n, n)}$, 两者在自由端的条件下都为零。

$$\begin{pmatrix} \dot{C} \\ \dot{D} \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\therefore \begin{pmatrix} CA & CB & CC \\ DA & DB & DC \end{pmatrix}_{n+1} \cdot \begin{pmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{B}_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$\therefore \begin{pmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{B}_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{F_{1,0}} \cdot \begin{pmatrix} CB \cdot DC - CC \cdot DB \\ CC \cdot DA - CA \cdot DC \end{pmatrix}_{n+1} \quad (26)$$

其中 $F_{1,0} = [CA \cdot DB - CB \cdot DA]_{n+1}$ (27)

用此法求出 \dot{A} 和 \dot{B} , 再计算式(14), 就可以得出轴的各部分的振动和应力。

以上解答应用于残余不平衡力引起的振动。这种情况下, 不平衡量用断面上极座标下的复数来表示, 那么振动 $\dot{y}_{(x)}$ 的变角就是轴振动的相角。求式(27)中 $F_{1,0}$ 的极值得到

的所有角速度 ω 值就是表示轴系的临界转速。

其次，为了用式(2)求出暂态振动，假设以下傅立叶级数表示转轮的扰动力：

$$P_{(i)} = \sum_i P_i \cdot e^{-\alpha_i t} \cdot \sin(\Omega_i t + \Phi_i) \quad (28)$$

式中

- P ——每部分扰动力的幅度，kg
 - α ——每部分扰动力的阻尼，1/s
 - Ω ——每部分扰动力的角速度，rad/s
 - Φ ——每部分扰动力的起始相角，rad
- 式(28)的傅立叶变换为：

$$\dot{P}_{(i)\omega} = \sum_i \frac{P_i}{(\alpha_i + j\omega)^2 + \Omega_i^2} \cdot \{\Omega_i \cos\Phi_i + (\alpha_i + j\omega) \cdot \sin\Phi_i\} \quad (29)$$

当给转轮假设的是单位正弦波振动时，轴振动 $y_{(x)}$ ，即轴的频率特性 $G_{(j\omega)}$ ，以及扰动力 $P_{(i)\omega}$ ，就被分成如下实数和虚数两部分：

$$\dot{G}_{(j\omega)} = R_{G(\omega)} + jX_{G(\omega)} \quad (30)$$

$$\dot{P}_{(i)\omega} = \sum_i [R_{P(i)\omega} + jX_{P(i)\omega}] \quad (31)$$

$$\therefore \dot{P}_{(i)\omega} \cdot G_{(j\omega)} = \sum_i [(R_{G(\omega)} \cdot R_{P(i)\omega} - X_{G(\omega)} \cdot X_{P(i)\omega}) + j(R_{G(\omega)} \cdot X_{P(i)\omega} + X_{G(\omega)} \cdot R_{P(i)\omega})] \quad (32)$$

其中， $X_{G(\omega)}$ 是轴承反作用部分造成的，它用导轴承和推力轴承油膜阻尼常数与振动速度 ωy 的乘积来表示。涉及 ω 的其他项是与 ω^2 成比例的惯性力，这样， $R_{G(\omega)}$ 是 ω 的偶函数，而 $X_{G(\omega)}$ 是 ω 的奇函数。根据式(29)， $R_{P(i)\omega}$ 是 ω 的偶函数，而 $X_{P(i)\omega}$ 是 ω 的奇函数。由此，因式(28)中的扰动力 $P_{(i)}$ 引起的暂态振动用下式表示：

$$Y_{(x,t)} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \sum_i (R_{G(\omega)} \cdot R_{P(i)\omega} - X_{G(\omega)} \cdot X_{P(i)\omega}) \cdot \cos\omega t \cdot d\omega \quad (33)$$

当考虑因水力不平衡力作用在转轮上产生

的弯矩时，频率特性 $G_{(j\omega)}$ ，可用为转轮假定一正弦波单位诱导力矩的方法求得。然后，该特性可由于类似于式(28)表示的不规则激振力矩而增值。

当考虑轴系固有振动特性时，轴的不同部分的振动是用假定对转轮的单位冲击力或力矩以及考虑水泵水轮机的扰动力等几种情况下求得的。这种情况下，傅立叶变换的单位冲击力是1，这样，公式(33)变成：

$$Y_{(x,t)} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R_{G(\omega)} \cdot \cos\omega t \cdot d\omega \quad (34)$$

在发电电动机和水泵水轮机的情况下，对式(34)中 ω 的积分区间只要取大于第三或第四阶固有频率范围即可。

计算结果

图1示出一台发电电动机和水泵水轮机的转轮上施加单位冲击力时的主轴各部分振动的阻尼特性，在共振点Q处的振幅比约为10，该值是因导轴承和推力轴承的油膜粘性阻尼造成的，用雷诺公式可求得。同样，图2示出了单位冲击力矩加于转轮时的振动模式，每条曲线表示激振后每间隔0.005s后振动模式的变化。单位冲击力施加在转轮上，被激振的轴振动是用轴直径和两轴承间的距离作为参数计算得到的(发电机为伞式结构)。该计算示于图3中，在上述情况中，轴的刚性与其各轴承刚性的比率必须保持在适当的范围。

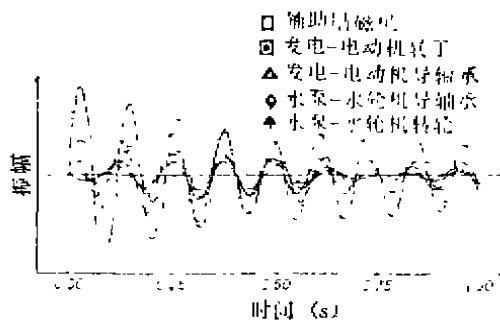


图1 轴系各部件的阻尼特性

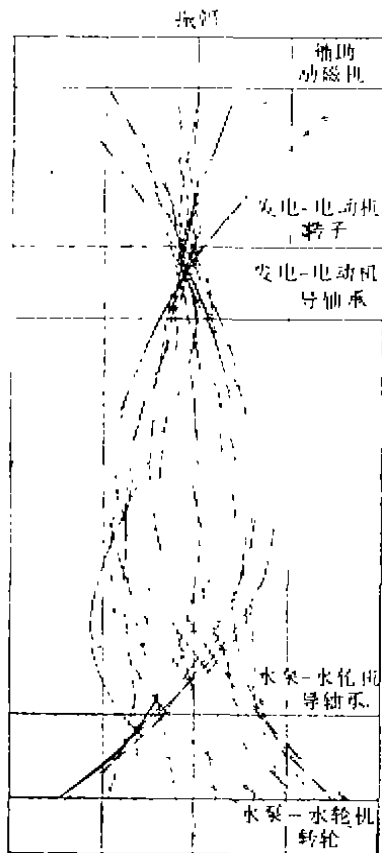


图2 因激振力矩而引发的振动模式

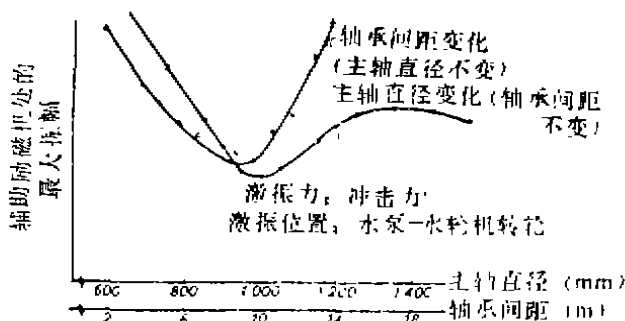


图3 轴振动与主轴直径和轴承间距离的关系曲线

试验结果

在真机上，用变频电源磁化电磁铁的办法激振发电电动机和水泵水轮机主轴的上部，同时靠改变驱动力频率的措施，测量辅助励磁机频率特性。其结果及计算值示于图4。在6Hz的共振点处示出轴的第一阶自然振动，10Hz

的共振点处示出第二阶自然振动。励磁机轴的共振点，即第三阶自然振动，将其设计得远离第一和第二自然振动，这样，水力不平衡力引起的共振就可以避免，所以它不在图4中出现。

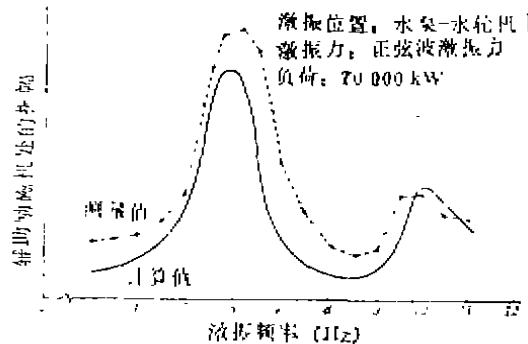


图4 某发电电动机和水泵水轮机的频率特性

结语

上述推荐的一套水力不平衡力引起的机组振动分析方法，得到试验的验证，可以推广使用。它的中心思想是先假定一个扰动力进行分析研究，由轴的不同部位的频率特性进行检验。在轴的设计中，为了避免残余重量和水力不平衡力引起的不稳定，调正励磁机轴，主轴和轴承支撑刚性是十分必要的。此外，除第一阶自然频率外，第二、三阶频率也必须予以研究，并设计得当，才能使轴系在残余不平衡重量和水力不平衡力的作用下仍能稳定运行。

参考文献

- 1 Tanaka Hiroshi. 高水头可逆式水泵水轮机的振动特性和动态应力. 国外大电机, 1993 (2)
- 2 王笃之, 洪敏谦. 机械阻抗理论. 1979.
- 3 抽水蓄能机组制造技术. 大电机杂志社, 1992.
- 4 Lateral Vibration of Generator-motor and Pump-turbine. 日本考察资料. 1992. (史美钢 姜仲卫)